$\boxed{1}$

⑴ $\dfrac{GMm}{R^2}$

⑵ $R\omega^2$

⑶ （ウ）

⑷ $2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{GM}}$

⑸ $\dfrac{GMm}{2R}$

⑹ $-\dfrac{GMm}{2R}$

⑺ $\sqrt{2}$（倍以上）

⑻ $\dfrac{1}{8}$（倍）

⑼ $-\dfrac{GMm}{8R}$

⑽ $\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

【解説】

⑷

周期を T とすると，等速円運動の方程式は

$$mR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{GMm}{R^2}\Leftrightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

⑸

人工衛星の速さを v とすると，等速円運動の方程式は

$$m\frac{v^2}{R}=\frac{GMm}{R^2}\Leftrightarrow mv^2=\frac{GMm}{R}$$

したがって，運動エネルギーKは

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2R}$$

⑹

人工衛星の位置エネルギーUは

$$U=-\frac{GMm}{R}$$

したがって，力学的エネルギーEは

$$E=K+U=\frac{GMm}{2R}-\frac{GMm}{R}=-\frac{GMm}{2R}$$

⑺

加速した直後の人工衛星の速さを V とすると，人工衛星の持つ力学的エネルギーが 0 以上なので，

$$\frac{1}{2}mV^2-\frac{GMm}{R}\geqq 0\Leftrightarrow\frac{1}{2}mV^2\geqq\frac{GMm}{R}=mv^2$$

したがって，

$$\frac{V}{v}\geqq\sqrt{2}$$

⑻

地点 A，B での人工衛星の速さをそれぞれv_{A}，v_{B}とすると，

$$\frac{1}{2}\cdot 8Rv_{\mathrm{B}}=\frac{1}{2}Rv_{\mathrm{A}}$$

したがって,

$$\frac{v_{\mathrm{B}}}{v_{\mathrm{A}}}=\frac{1}{8}$$

⑽
A，B 両地点で人工衛星の持つ力学的エネルギーは等しいので,

$$\frac{1}{2}m{v_{\mathrm{A}}}^2-\frac{GMm}{R}=\frac{1}{2}m{v_{\mathrm{B}}}^2-\frac{GMm}{8R}$$

また，$v_{\mathrm{B}}=\frac{1}{8}v_{\mathrm{A}}$なので

$$\frac{1}{2}m{v_{\mathrm{A}}}^2-\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{8}v_{\mathrm{A}}\right)^2=\frac{7GMm}{8R}$$

したがって

$$v_{\mathrm{A}}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

【注】
典型問題。確実に正解したい。

$\boxed{2}$

⑴ $2T_0$
⑵ $\sqrt{2}$（倍）
⑶ $3V_0$
⑷ 過程Ⅰ：$\frac{3}{2}p_0v_0$，過程Ⅱ：$\frac{3}{2}p_0v_0$，過程Ⅲ：$-3p_0v_0$
⑸ 過程Ⅰ：0，過程Ⅱ：$3p_0v_0$，過程Ⅲ：$-2p_0v_0$
⑹ 過程Ⅰ：$\frac{3}{2}p_0v_0$，過程Ⅱ：$\frac{9}{2}p_0v_0$，過程Ⅲ：$-5p_0v_0$
⑺ $\frac{1}{6}$
⑻ （エ）

【解説】
⑴
状態 B における気体の温度をT_{B}とすると，ボイル・シャルルの法則により,

$$\frac{p_0V_0}{T_0}=\frac{2p_0V_0}{T_{\mathrm{B}}}$$

したがって

$$T_{\mathrm{B}}=2T_0$$

⑵
気体分子の２乗平均速度$\sqrt{\overline{v^2}}$を絶対温度 T，分子量 M，気体定数 R で表すと

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{RT}{M\times 10^{-3}}}$$

よって，２乗平均速度は絶対温度の平方根に比例する。
いま，状態 B の温度は状態 A の 2 倍になったので，２乗平均速度は$\sqrt{2}$倍になる。
⑶
状態 C における気体の体積をV_{C}とすると，シャルルの法則により,

$$\frac{V_C}{3T_0} = \frac{V_0}{T_0}$$

したがって

$$V_C = 3V_0$$

⑷
過程Ⅰ，Ⅱ，Ⅲにおける気体の内部エネルギーの増加をそれぞれΔU_{I}，ΔU_{II}，ΔU_{III}とすると

$$\Delta U_{\mathrm{I}} = \frac{3}{2}R(2T_0 - T_0) = \frac{3}{2}RT_0 = \frac{3}{2}p_0V_0$$
$$\Delta U_{\mathrm{II}} = \frac{3}{2}R(3T_0 - 2T_0) = \frac{3}{2}RT_0 = \frac{3}{2}p_0V_0$$
$$\Delta U_{\mathrm{III}} = \frac{3}{2}R(T_0 - 3T_0) = -3RT_0 = -3p_0V_0$$

⑸
過程Ⅰ，Ⅱ，Ⅲで，気体がした仕事をそれぞれW_{I}，W_{II}，W_{III}とし，これらを p-V グラフの面積から求めると，

$$W_{\mathrm{I}} = 0$$
$$W_{\mathrm{II}} = \frac{1}{2}(p_0 + 2p_0)(3V_0 - V_0) = 3p_0V_0$$
$$W_{\mathrm{III}} = p_0(V_0 - 3V_0) = -2p_0V_0$$

⑹
過程Ⅰ，Ⅱ，Ⅲで，気体に加えられた熱量をそれぞれQ_{I}，Q_{II}，Q_{III}とすると

$$Q_{\mathrm{I}} = \Delta U_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{I}} = \frac{3}{2}p_0V_0$$
$$Q_{\mathrm{II}} = \Delta U_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{II}} = \frac{9}{2}p_0V_0$$
$$Q_{\mathrm{III}} = \Delta U_{\mathrm{III}} + W_{\mathrm{III}} = -5p_0V_0$$

⑺

$$\frac{W_{\mathrm{I}} + W_{\mathrm{II}} + W_{\mathrm{III}}}{Q_{\mathrm{I}} + Q_{\mathrm{II}}} = \frac{1}{6}$$

⑻
過程Ⅱでは，気体の内部エネルギーが増加の後減少しているので，温度も同様に上昇した後下降する。

【注】
⑵は，

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \text{（kはボルツマン定数）}$$

から２乗平均速度は絶対温度の平方根に比例するとしても良い。

3

⑴ eV

⑵ $\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

⑶ ローレンツ力，$B\sqrt{\dfrac{2e^3V}{m}}$

⑷ 0

(5) $\dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2mV}{e}}$

(6) $\dfrac{\pi m}{4eB}$

(7) $\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{2mV}{e}}$

(8) $B\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

【解説】

(2)

電子の速さを v とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

(3)

$$evB = B\sqrt{\frac{2e^3V}{m}}$$

(4)

電子が受けるローレンツ力の方向（円軌道の半径方向）への変位は 0 なので，電子がされる仕事も 0 である。

(5)

円軌道の半径を r とすると，円運動の方程式は

$$m\frac{v^2}{r} = evB$$

したがって，

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$$

(6)

円運動の周期を T とすると，

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$$

したがって，45°動くのにかかる時間は

$$\frac{45}{360}T = \frac{\pi m}{4eB}$$

(7)

電子がスクリーンに到達する限界のとき，円運動の半径は a に等しくなる。このときの磁束密度の大きさをB_{C}とすると，

$$\frac{1}{B_{\mathrm{C}}}\sqrt{\frac{2mV}{e}} = a \Leftrightarrow B_{\mathrm{C}} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{2mV}{e}}$$

(8)

電子に働くクーロン力がローレンツ力とつり合えばよいので，電界の強さを E とすると，

$$eE = evB$$

したがって，

$$E = vB = B\sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

【注】
円運動の最大到達距離が軌道半径に等しいことを用いるほかは典型問題。計算間違いに注意。