

医学部医学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ は区間 $[a, b]$ で連続であり、区間 (a, b) で第2次導関数 $f''(x)$ をもつとする。さらに、区間 (a, b) で $f''(x) < 0$ が成り立つとする。 $y = g(x)$ を2点 $(a, f(a))$, $(b, f(b))$ を通る直線の方程式とすると、区間 (a, b) で常に $f(x) > g(x)$ であることを示せ。

(2) n を2以上の自然数とすると、 $j = 1, 2, \dots, n-1$ について

$$\frac{\log j + \log(j+1)}{2} < \int_j^{j+1} \log x \, dx$$

が成り立つことを示せ。

(3) n を2以上の自然数とすると、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sqrt{n!(n-1)!} < n^n e^{-n+1}$$

(解答用紙は、**1** を使用せよ)

医 1

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$\begin{cases} a_1 = 2\sqrt{2}, \\ a_n > 0, \quad a_1^{\frac{1}{n}} a_2^{\frac{1}{n}} \cdots a_{n-1}^{\frac{1}{n}} a_n^{\frac{2}{n}} = 8 \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

で定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおくとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $c_n = a_1 a_2 \cdots a_n$ とおくとき、数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $10^k \leq c_{11} < 10^{k+1}$ となる整数 k を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

医 2

3 「表が出る確率が p ($0 < p < 1$)、裏が出る確率が $1-p$ のコインを投げ、数直線上の点 A を次の規則 (ア), (イ) にしたがって動かす」という操作を繰り返し行う。ただし、点 A は最初は原点にあるものとする。

(ア) 点 A が $-1, 0, 1, 2$ のいずれかにあるときには、コインを投げて表が出れば点 A を $+2$ だけ移動させ、裏が出れば点 A を -1 だけ移動させる。

(イ) 点 A が $-1, 0, 1, 2$ 以外にあるときには、コインを投げて表が出ても裏が出ても点 A を移動させない。

このような操作を n 回行った後の点 A の座標を x_n とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 上の操作を 3 回繰り返した後、 $x_1 \neq 0$ かつ $x_2 \neq 0$ かつ $x_3 \neq 0$ となる確率を求めよ。
- (2) k を自然数とする。 $x_{3k} = 0$ となる確率、 $x_{3k+1} = 0$ となる確率、 $x_{3k+2} = 0$ となる確率をそれぞれ求めよ。
- (3) k を自然数とする。 $x_{3k-2} \neq x_{3k-1}$ かつ $x_{3k-1} = x_{3k}$ となる確率を求めよ。

(解答用紙は、**3** を使用せよ)

医 3

